

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»  
Факультет математики, информационных и авиационных технологий

Юрьева О.Д.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ  
СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Дискретная математика»**

Для студентов для студентов бакалавриата по направлениям 09.03.03 «Прикладная информатика», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», специальностей 10.05.01 «Компьютерная безопасность», 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем»

Ульяновск, 2019

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Дискретная математика» / составитель: О.Д. Юрьева. - Ульяновск: УлГУ, 2019. Настоящие методические указания предназначены для студентов бакалавриата по направлениям 09.03.03 «Прикладная информатика», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», специальностей 10.05.01 «Компьютерная безопасность», 10.05.03 «Информационная безопасность автоматизированных систем».

В работе приведены литература по дисциплине, основные темы курса и вопросы в рамках каждой темы, рекомендации по изучению теоретического материала, контрольные вопросы для самоконтроля и тесты для самостоятельной работы. Студентам очной формы обучения они будут полезны при подготовке к лекциям, семинарам, лабораторным и курсовым работам и к зачету по данной дисциплине.

Рекомендованы к введению в образовательный процесс Ученым советом факультета математики, информационных и авиационных технологий УлГУ (протокол № 2/19 от 19 марта 2019 г.).

## Содержание

1. Литература для изучения дисциплины.....	4
2. Методические указания.....	5
Раздел 1 Теория множеств и комбинаторика .....	5
2.1 Тема 1. Элементы теории множеств .....	5
2.2 Тема 2. Комбинаторные объекты и их свойства.....	7
2.3 Тема 3. Рекуррентные соотношения и производящие функции.....	8
Раздел 2. Булева алгебра.....	8
2.4 Тема 4. Булева функция и ее свойства.....	8
2.5 Тема 5. Разложение булевых функций по переменным.....	10
2.6 Тема 6. Построение сокращенных дизъюнктивных нормальных форм.....	10
2.7 Тема 7. Полнота и замкнутость системы булевых функций.....	11
2.8 Тема 8. Полиномы Жегалкина.....	11
2.9 Тема 9. Основные замкнутые классы булевой алгебры.....	12
2.10 Тема 10. Полнота системы булевых функций.....	13
Раздел. 3. Схемы из функциональных элементов.....	14
2.11 Тема 11. Схема из функциональных элементов и ее свойства....	14
2.12 Тема 12. Синтез схем из функциональных элементов.....	14
Раздел 4. Теория графов.....	15
2.13 Тема 13 Граф и его свойства.....	15
2.14 Тема 14 Связность графов.....	18
2.15 Тема 15 Эйлеровы и гамильтоновы графы.....	19
2.16 Тема 16. Планарность графов.....	19
2.17 Тема 17. Деревья.....	20
2.18 Тема 18. Раскраска графов.....	21
Раздел 5 Обобщение Булевых функций.....	22
2.19 Тема 19. Псевдобулевы функции и $k$ – значная логика.....	22
2.20 Тема 20. Полнота в $k$ – значной логике.....	22

# 1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

## основная

1. Судоплатов, С. В. Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 279 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-00871-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/432016>
2. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / Д. С. Ананичев [и др.] ; под научной редакцией А. Н. Сесекина. — Москва : Издательство Юрайт, 2019 ; Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та. — 108 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-08214-2 (Издательство Юрайт). — ISBN 978-5-7996-1387-7 (Изд-во Урал. ун-та). — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/438245>
3. Гашков, С. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 483 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11613-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/445753>

## дополнительная

1. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по курсу дискретной математики: Учеб. пособие. 3-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 416 с.
2. Шевелев Ю. П. Сборник задач по дискретной математике : для практ. занятий в группах: учеб. пособие по направл. подгот. бакалавров 010400.62 "Прикл. математика и информатика" / Шевелев Юрий Павлович, Л. А. Писаренко, М. Ю. Шевелев. - СПб. : Лань, 2013. - 528 с.
3. Сборник задач по высшей математике в 4 ч. Часть 3 : учебное пособие для прикладного бакалавриата / А. С. Поспелов [и др.] ; под редакцией А. С. Поспелова. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 395 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-7930-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/434614>

## учебно-методическая

1. Михеева Е.А. Индивидуальные задания для математического практикума на ЭВМ по «Дискретной математике»: Методические указания.- Ульяновск: Филиал МГУ им. М.В.Ломоносова, 1995. — URL<sup>^</sup> <ftp://10.2.96.134/Text/miheeva.pdf>
2. Михеева Е. А. Дискретная математика : учебно-метод. пособие для 1 и 2 курсов фак. математики и информ. технологий / Михеева Елизавета Алексеевна ; УлГУ, Фак. математики и информ. технологий. - Ульяновск : УлГУ, 2008.- URL<sup>^</sup> <ftp://10.2.96.134/Text/Miheeva4.pdf>

3. *Михеева Елизавета Алексеевна*. Введение в дискретную математику : учеб. пособие для 1 курса фак. математики и информ. технологий. Ч. 1 / Михеева Елизавета Алексеевна; УлГУ, ФМиИТ. - Ульяновск : УлГУ, 2013. - Имеется печ. аналог. - Электрон. текстовые дан. (1 файл : 6,75 МБ). - Текст : электронный.- <http://lib.ulsu.ru/MegaPro/Download/MObject/240>

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### РАЗДЕЛ 1. ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ И КОМБИНАТОРИКА

#### 2.1. ТЕМА 1. Элементы теории множеств

##### Основные вопросы:

1. Основные определения теории множеств. Задание множеств. Парадокс Рассела.
2. Операции над множествами. Булеан. Диаграммы Эйлера – Венна. Декартово произведение множеств.
3. Бинарные отношения. Композиция отношений. Свойства отношений. Отношения эквивалентности и порядка.

##### Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в книге [1] стр. 10-26, книге [3] стр. 10-14, учебно-методическом пособии [3] стр. 8-9.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к учебно-методическому пособию [3] стр. 10-12.

Вопрос 3 изложен в книге [1] на с. 31-46, книге [3] стр. 14-18.

##### Контрольные вопросы по теме 1:

1. Понятие множество. Конечные и бесконечные множества?
2. Что понимается под мощностью бесконечного и конечного множеств?
3. Бывают ли бесконечные множества разной мощности?
4. Приведите примеры булеанов.
5. Простейшие операции над множествами. Приведите примеры операций над множествами.
6. Что такое диаграммы Венна? Как использовать диаграммы Венна для доказательства тождеств?
7. Перечислите основные соотношения теории множеств?
8. В чем заключается принцип двойственности в теории множеств?

##### Тесты для самостоятельной работы:

**Задание 1.**

1.  $F = (\overline{A} \cup \overline{B}) \cap \overline{A} \cup \overline{B} \cap (C \cup \overline{A}) \cup \overline{A} \cap \overline{B} \cup \overline{B} \cap C \cap A$
2. Изобразить множество  $F$  на диаграммах Эйлера – Венна.
3. Упростить выражение  $F$ , используя законы алгебры множеств.
4. Пусть  $A = \{3, 4, 7\}$   
 $B = \{4, 5, 6\}$   
 $C = \{3, 4, 5\}$   
 $U = A \cup B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ .

Написать булеан множества  $F$ , полученного в п. 2.

**Задание 2.**

Найти  $A \cup B$ , если:  $A = [-3; 3]$ ,  $B = (1; 6)$

Варианты ответов:

1.  $A \cup B = [-3, 6)$
2.  $A \cup B = [-3, 3)$
3.  $A \cup B = [-3, 6]$
4.  $A \cup B = (-3, 6)$

**Задание 3.**

Найти  $(A \cup B) \cap C$ , если:  $A = [-3; 3]$ ,  $B = (1; 6)$ ,  $C = (-2; 2]$ ;

Варианты ответов:

1.  $(A \cup B) \cap C = (-2, 2)$
2.  $(A \cup B) \cap C = (-2, 2]$
3.  $(A \cup B) \cap C = (1, 2]$
4.  $(A \cup B) \cap C = (-3, 2]$

**Задание 4.**

Найти  $A \cap B \cap C$ , если:  $A = [-3; 3]$ ,  $B = (1; 6)$ ,  $C = (-2; 2]$ ;

Варианты ответов:

1.  $A \cap B \cap C = (1, 2)$ .
2.  $A \cap B \cap C = (-2, 2]$ .
3.  $A \cap B \cap C = (1, 2]$
4.  $A \cap B \cap C = (1, 6)$

## 2.2. ТЕМА 2. Комбинаторные объекты и их свойства

### Основные вопросы:

1. Элементарные комбинаторные правила.
2. Основные комбинаторные объекты и их свойства. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
3. Полиномиальная теорема. Принцип включения и исключения. Формула решета и ее следствие. Числа Стирлинга.
4. Методы изучения комбинаторных объектов.

### Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в изложен в книге [1] на с. 165-170, книге [3] стр. 73-78, учебно-методическом пособии [3] стр. 20-22.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к учебно-методическому пособию [3] стр. 23-24.

Вопрос 3 изложен в книге [1] на с. 172-177, книге [3] стр. 102-104, учебно-методическом пособии [3] стр. 24.

Вопрос 4 изложен в учебно-методическом пособии [3] стр. 32-33, книге [3] стр. 115-133.

### Контрольные вопросы по теме 2:

1. Основные принципы и теоремы комбинаторики. Почему проблема комбинаторики так актуальна?
2. Постройте график зависимости числа сочетаний из  $n$  элементов по 2. Обосновать проблему проклятия размерности
3. Размещения, перестановки и сочетания (без повторений). В чем отличие данных операций? Приведите примеры решения задач, использующих данные операции
4. Размещения, перестановки и сочетания (с повторениями)
5. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты. Приведите примеры биномов Ньютона. Выполните разложение.

### Тесты для самостоятельной работы:

**Задание 1.** Из 6 человек надо выбрать 4 человека и разместить их на четырех занумерованных стульях. Сколькими способами это можно сделать?

Варианты ответов:

1. 120.
2. 360.
3. 125.
4. 240.

**Задание 2.** Сколькими способами можно выбрать двух элемента из восьми?

Варианты ответов:

1. 120.
2. 64.
3. 28.
4. 72.

**Задание 3.** Из полной колоды карт (52 листа) вынимается сразу несколько карт. Сколько возможных исходов, что в случае, если вынута четыре карты, то среди них будут две семерки?

Варианты ответов:

1. 620.
2. 1164.
3. 6768.
4. 1282.

### **2.3. ТЕМА 3. Рекуррентные соотношения и производящие функции**

#### **Основные вопросы:**

1. Понятие производящей функции. Свойства производящих функций. Примеры использования производящих функций.
2. Рекуррентные соотношения. Числа Фибоначчи.

#### **Рекомендации по изучению темы:**

Вопросы изложены учебно-методическом пособии [3] стр. 29-34, книге [3] стр. 87-89, стр. 99- 101, 115-123.

#### **Контрольные вопросы по теме 3:**

1. Для чего нужны производящие функции. Область их применения.

#### **Тесты для самостоятельной работы:**

##### **Задание 1.**

Какой вид имеет производящая функция для размещений из трех разных элементов, в которых каждый элемент встречается не менее двух раз?

##### **Задание 2.**

Какой вид имеет производящая функция для сочетаний из трех разных элементов, в которых каждый элемент встречается не менее одного раза?

## **РАЗДЕЛ 2. БУЛЕВА АЛГЕБРА**

### **2.4. ТЕМА 4. Булева функция и ее свойства**



### Основные вопросы:

1. Булева функция и ее свойства. Определение булевой функции. Переключательная функция. Число булевых функций от  $n$  переменных. Способы представления булевой функции. Существенные и фиктивные переменные булевой функции.
2. Элементарные булевы функции и их свойства. Понятие эквивалентности и основные эквивалентности булевой алгебры. Понятие формулы. Операция суперпозиции.

### Рекомендации по изучению темы:

Вопросы 1-2 изложены в книге [1] на с.180-220, книге [3] стр. 21-48, учебно-методическом пособии [3] стр. 36-39.

### Контрольные вопросы по теме 4:

1. Что такое логическая функция?
2. Способы задания функций.
3. Таблицы истинности. Как использовать таблицы истинности для доказательства тождеств?

### Тесты для самостоятельной работы:

**Задание 1.** Дана логическая формула

$$F = \bar{x} \wedge y \vee \bar{y} \wedge x \Leftrightarrow y \Rightarrow \overline{z \vee x \wedge y}$$

Упростить логическую формулу F.

**Задание 2.** Составить таблицы истинности для формулы  $(x \wedge y) \vee x$ ;

Варианты ответов:

1.

$x$	$y$	$(x \wedge y) \vee x$
0	0	0
1	0	0
0	1	1
1	1	1

2.

$x$	$y$	$(x \wedge y) \vee x$
0	0	0
1	0	1
0	1	0
1	1	1

3.

$x$	$y$	$(x \wedge y) \vee x$
0	0	1
1	0	0
0	1	1
1	1	1

4.

$x$	$y$	$(x \wedge y) \vee x$
0	0	1
1	0	0
0	1	1
1	1	1

## 2.5. ТЕМА 5. Разложение булевых функций по переменным

### Основные вопросы:

1. Разложение булевых функций по переменным. Разложение булевой функции по одной переменной. Разложение булевой функции по нескольким переменным.
2. СДНФ и СКНФ. Понятие конституенты.

### Рекомендации по изучению темы:

Вопросы 1-2 изложены в книге [1] на с. 188-198, книге [3] стр. 27-32, учебно-методическом пособии [3] стр. 42-45.

### Контрольные вопросы по теме 5:

1. Конъюнктивно и дизъюнктивно-нормальные формы. Для чего используются формы? Приведите примеры форм.

### Тесты для самостоятельной работы:

#### Задание 1.

Дана логическая формула

$$F = \bar{x} \wedge y \vee \bar{y} \wedge x \Leftrightarrow y \Rightarrow \overline{\overline{z \vee x \wedge y}}$$

1. Упростить логическую формулу F.
2. Привести формулу к СДНФ.
3. Привести формулу к СКНФ.
4. Построить таблицу истинности для исходной логической формулы F.
5. По таблице истинности написать СДНФ.
6. По таблице истинности написать СКНФ.

## Задание 2.

Построить СКНФ функции, заданной формулой  
 $f(x, y, z) = \bar{x} \bar{y} \vee y \bar{z} \vee xz$ .

Варианты ответов:

1.  $f(x, y, z) = \bar{x}z\bar{y} \vee xy\bar{z} \vee xz$ .
2.  $f(x, y, z) = xzy \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z$ .
3.  $f(x, y, z) = xzy \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee \bar{x} \bar{y} z$ .
4.  $f(x, y, z) = \bar{x}z\bar{y} \vee xy\bar{z} \vee xyz$ .

## 2.6. ТЕМА 6. Построение сокращенных дизъюнктивных нормальных форм

**Основные вопросы:**

1. Построение сокращенных дизъюнктивных нормальных форм. Основные определения. Импликанты и ядровые импликанты.
2. Методы построения сокращенных дизъюнктивных нормальных форм. Минимальные, кратчайшие и тупиковые дизъюнктивные нормальные формы и их различия.
3. Методы построения минимальных, кратчайших и тупиковых дизъюнктивных нормальных форм.

**Рекомендации по изучению темы:**

Вопросы изложены в книге [1] на с. 195-220, книге [3] стр. 32-48.

**Контрольные вопросы по теме 6:**

1. Совершенные нормальные формы. Минимизация функций алгебры логики.
2. Минимизация БФ аналитическим способом. Приведите примеры. Что такое интервал?

## 2.7. ТЕМА 7. Полнота и замкнутость системы булевых функций

**Основные вопросы:**

1. Понятие полной системы булевых функций. Теорема о полноте двух систем булевых функций. Примеры полных систем булевых функций.
2. Стандартный базис. Шефферовы функции. Операция замыкания и ее свойства. Замкнутость. Примеры замкнутых систем булевых функций.

**Рекомендации по изучению темы:**

Вопросы изложены в книге [1] на с. 202-210, книге [3] стр. 32-37, учебно-методическом пособии [3] стр. 44-46.

**Контрольные вопросы по теме 7:**

1. Функционально полные системы. Приведите примеры функционально полных систем

**2.8. ТЕМА 8. Полиномы Жегалкина.**

**Основные вопросы:**

1. Полиномы Жегалкина и его свойства.
2. Методы построения полиномов Жегалкина.

**Рекомендации по изучению темы:**

Вопросы изложены в учебно-методическом пособии [3] стр. 46-49.

**Контрольные вопросы по теме 8:**

1. Полиномы Жегалкина.

**Тесты для самостоятельной работы:**

**Задание 1.**

Построить полином Жегалкина для функции  
 $f(x, y, z) = \bar{y}\bar{z} \vee xz \vee \bar{x}\bar{y}$ .

Варианты ответов:

1.  $f(x, y, z) = xz + yz + xyz$ .
2.  $f(x, y, z) = x\bar{z} + yz + xyz$ .
3.  $f(x, y, z) = xz \vee yz \vee xyz$ .
4.  $f(x, y, z) = \bar{x}z + yz + \bar{x}y\bar{z}$ .

**2.9. ТЕМА 9. Основные замкнутые классы булевой алгебры**

**Основные вопросы:**

1. Класс булевых функций, сохраняющий константу 0 и его свойства.
2. Класс булевых функций, сохраняющий константу 1 и его свойства.
3. Класс линейных булевых функций и его свойства.
4. Лемма о нелинейной булевой функции.
5. Принцип двойственности. Самодвойственность.
6. Класс самодвойственных булевых функций и его свойства. Лемма о несамодвойственной булевой функции. Монотонность булевой функции.

7. Класс монотонных булевых функций. Лемма о немонотонной булевой функции.

**Рекомендации по изучению темы:**

Вопросы изложены в учебно-методическом пособии [3] стр. 51-57.

**Тесты для самостоятельной работы:**

**Задание 1.** Вставьте пропущенные слова:

- Непустое \_\_\_\_\_ замкнутых классов снова является замкнутым классом.
- \_\_\_\_\_ замкнутых классов может замкнутым классом не являться.
- Замкнутый класс булевых функций, содержащий не только константы, обязательно содержит \_\_\_\_\_ функцию.
- \_\_\_\_\_ замкнутого класса булевых функций до множества всех булевых функций замкнутым классом не является.

Пропущенные слова: объединение, пересечение, дополнение, тождественный.

## 2.10. ТЕМА 10. Полнота системы булевых функций

**Основные вопросы:**

1. Теорема Поста о функциональной полноте системы булевых функций.
2. Предполные классы булевой алгебры. Базисы. Представления о результатах Поста.

**Рекомендации по изучению темы:**

Вопросы изложены в учебно-методическом пособии [3] стр. 57-60.

**Контрольные вопросы по теме 10:**

1. Что формулирует критерий Поста?
2. Полные системы – это какие?
3. Каково максимально возможное число булевых функций в базисе?

**Тесты для самостоятельной работы:**

**Задание 1.** Запишите известные вам полные системы булевых функций.

## РАЗДЕЛ 3. СХЕМЫ ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

### 2.11. ТЕМА 11. Схема из функциональных элементов и ее свойства

#### Основные вопросы:

1. Схема из функциональных элементов и ее свойства. Основные определения.
2. Логическая сеть. Схема из функциональных элементов и ее проводимость. Пример схемы из функциональных элементов.
3. Классы  $G$  и  $G_0$ . Теорема о полноте.

#### Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложен в книге [3] стр. 217-222, учебно-методическом пособии [3] стр. 62-72.

### 2.12. ТЕМА 12. Синтез схем из функциональных элементов

#### Основные вопросы:

1. Синтез схем из функциональных элементов. Сложность схемы из функциональных элементов. Функция Шеннона. Основная задача синтеза.
2. Простейшие методы синтеза и их оценки для сложности схемы из функциональных элементов. Метод Шеннона.
3. Асимптотически наилучший метод синтеза Лупанова.

#### Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в книге [3] стр. 226-252, учебно-методическом пособии [3] стр. 69-74.

#### Контрольные вопросы по теме 12:

1. Как разработать схему логического устройства, используя СДНФ?
2. Как разработать схему логического устройства, используя СКНФ?
3. Как лучше синтезировать логическое устройство (на основе СДНФ или СКНФ), если значение функции в таблице истинности имеет больше нулей, чем единиц?
4. Как разработать логическое устройство, если оно имеет несколько выходов?

## РАЗДЕЛ 4. ТЕОРИЯ ГРАФОВ

### 2.13. ТЕМА 13. Граф и его свойства

#### Основные вопросы:

1. Граф и его свойства. Основные определения. Элементы графа.
2. Способы задания графа. Типы графов. Операции с графами.
3. Изоморфизм. Некоторые соотношения для графов. Оценка числа неизоморфных графов неизоморфных графов на  $p$  вершинах, на  $q$  ребрах.
4. Полные и двудольные графы. Критерий двудольности. Обход графа.

#### Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в книге [3] стр. 143-148, учебно-методическом пособии [3] стр. 77-78.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к учебно-методическому пособию [3] стр. 78, книге [3] стр. 149-151.

Вопрос 3 изложен в учебно-методическом пособии [3] стр. 80-84.

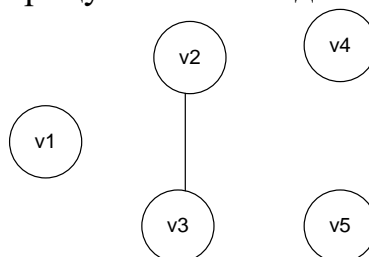
Вопрос 4 изложен в книге [3] стр. 176-182.

#### Контрольные вопросы по теме 13:

1. Какие вершины орграфа называются смежными?
2. Когда говорят, что вершина  $x$  инцидентна дуге  $g$ ?
3. Какая дуга орграфа называется петлей?
4. Что такое множество достижимости вершины  $x$ ?
5. Что такое множество контрдостижимости вершины  $x$ ?
6. Какую особенность имеет орграф рефлексивного отношения?
7. Какую особенность имеет орграф симметричного отношения?
8. В орграфе 6 вершин и 8 дуг. Какую размерность имеет его матрица смежности? А матрица инцидентности?

#### Тесты для самостоятельной работы:

Задание 1. Построить матрицу смежности для графа



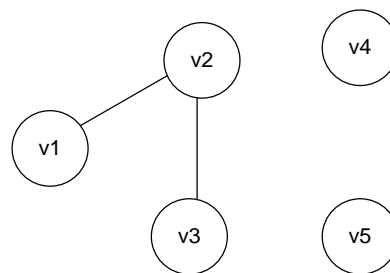
$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

**Задание 2.** Построить матрицу инцидентности для графа



**Варианты ответов:**

$$1. \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$



$$2. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### Задание 2.

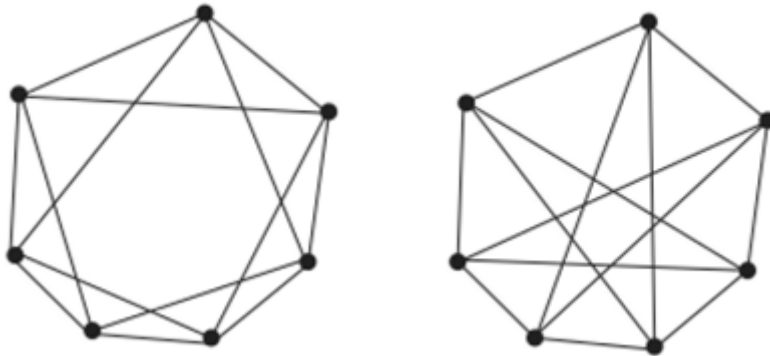
Установите соответствие между элементами столбцов.

#### 1. Виды графов.

Граф	Характеристика
1. полный граф	А. каждая пара вершин соединена ребром
2. нулевой граф	Б. каждая пара вершин соединена хотя бы одним путем
3. связный граф	В. ребра графа имеют направление, изображаемое стрелками
4. плоский граф	Г. схема, состоящая из изолированных вершин
5. дерево	Д. связный граф, не содержащий циклов
6. Эйлеров граф	Е. связный граф, содержащий путь, по которому можно пройти все ребра по одному разу, выйдя из любой вершины и вернувшись в

	нее же
7. ориентированный граф	<b>Ж.</b> можно представить на плоскости в таком виде, при котором ребра пересекаются только в вершинах

**Задание 3.** Являются ли изоморфными графы, изображенные на рисунке?



## 2.14. ТЕМА 14. Связность графов

### Основные вопросы:

1. Понятие связности. Компоненты связности. Точки сочленения. Вершинная и реберная связность. Мера связности.
2. Теорема Менгера.

### Рекомендации по изучению темы:

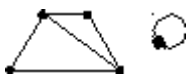
Вопросы изложены в книге [3] стр. 162-167.

### Контрольные вопросы по теме 14:

1. Нарисуйте граф  $K_{3,3}$ ; постройте в нем цикл длины 4. Можно ли в этом графе построить цикл нечетной длины?
2. Нарисуйте граф, имеющий 6 вершин, 4 ребра, 3 компоненты связности. Чему равно его цикломатическое число
3. Сформулируйте теорему об эйлеровом цикле.
4. Является ли эйлеровым граф  $K_5$ ? А граф  $K_6$ ?
5. Сформулируйте теорему об эйлеровой цепи.

### Тесты для самостоятельной работы:

**Задание 1.** Дан граф  $G$ :



Количество компонент связности графа  $G$

а) 2;	б) 1;	в) 4;	г) 5;
-------	-------	-------	-------

**Задание 2.** Число нечетных вершин графа:

- *всегда четно*
- *всегда нечетно*
- *может быть как четно, так и нечетно*
- *равно нулю*

**Задание 3.** Если полный граф имеет  $n$  вершин, то количество ребер будет равно:

- $n$
- $n/2$
- $n(n-1)/2$
- $(n-1)/2$

## 2.15. ТЕМА 15. Эйлеровы и гамильтоновы графы

**Основные вопросы:**

1. Эйлеров цикл. Эйлеров граф. Критерий эйлерового графа. Оценка числа эйлеровых графов.
2. Гамильтонов цикл. Гамильтонов граф. Теорема Дирака. Оценка числа гамильтоновых графов.

**Рекомендации по изучению темы:**

Вопросы в книге [3] стр. 152-156.

**Контрольные вопросы по теме 15:**

1. Может ли цикломатическое число графа принимать отрицательное значение?
2. Известно, что в графе  $G$  есть эйлеров цикл. Может ли его цикломатическое число равняться нулю?

**Тесты для самостоятельной работы:**

**Задание 1.** Для того, чтобы граф обладал эйлеровым циклом, необходимо и достаточно, чтобы:

- а) степени всех вершин были нечетными
- б) степени ровно двух вершин были четными

- в) степени всех вершин были четными
- г) степени ровно двух вершин были нечетными.

## 2.16. ТЕМА 16. Планарность графов

### Основные вопросы:

1. Понятие укладки графа. Укладка графа в трехмерном пространстве. Укладка графа на плоскости и планарность.
2. Формула Эйлера и ее следствия. Операция подразделения ребра и гомеоморфизм.
3. Теорема Понтрягина – Куратовского.

### Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в книге [3] стр. 183-193, учебно-методическом пособии [3] стр. 86-90.

### Контрольные вопросы по теме 16:

1. Какие графы называются изоморфными?
2. Изоморфны ли графы  $K_8$  и  $K_{4,2}$  ?
3. Как связаны между собой матрицы инцидентности двух изоморфных графов?
4. Какой граф называется плоским?
5. Какой граф называется планарным?

### Тесты для самостоятельной работы:

#### Задание 1.

Формула Эйлера для планарного графа имеет вид:

а) $n + m - r = 2;$	б) $n - m + r = 2;$	в) $n + m + r = 2;$	г) $n - m - r = 2;$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

## 2.17. ТЕМА 17. Деревья

### Основные вопросы:

1. Основные определения. Виды деревьев. Свойства дерева.
2. Кодирование дерева.
3. Алгоритм построения кратчайшего остова графа.

### Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в учебно-методическом пособии [3] стр. 91-95.

### Контрольные вопросы по теме 17:

1. Какой граф называется деревом?
2. Сколько ребер может быть у дерева с шестью вершинами?
3. Что произойдет с цикломатическим числом дерева, если удалить одно из его ребер?
4. Какое наименьшее количество ребер может иметь связный граф с 16 вершинами?
5. Докажите, что всякое дерево, имеющее хотя бы одно ребро, имеет хотя бы один лист.
6. Что такое каркас графа?
7. Всегда ли каркас графа является деревом?
8. Сколько ребер нужно удалить, чтобы построить каркас графа  $K_4$ ?

### Тесты для самостоятельной работы:

#### Задание 1.

Количество циклов в любом дереве  $D$ :

а) 1;	б) 0;	в) 2;	г) 3;
-------	-------	-------	-------

#### Задание 2.

*Цикломатическое число графа равно*

- а) количеству компонент связности
- б) размерности пространства базисов циклов графа
- в) количеству циклов в графе
- г) количеству ребер в цикле

## 2.18. ТЕМА 18. Раскраска графов

### Основные вопросы:

1. Основные определения. Хроматическое число и его оценки.
2. Теорема о пяти красках

### 3. Алгоритмы последовательного раскрашивания графа.

#### **Рекомендации по изучению темы:**

Вопрос 1 изложен , книге [3] стр. 171-175.

#### **Тесты для самостоятельной работы:**

**Задание 1.** Хроматическим числом графа называется:

- *число красок, необходимых для «правильной» раскраски графа*
- *максимальное число красок, необходимых для «правильной» раскраски графа*
- *минимальное число красок, необходимых для «правильной» раскраски графа*

## **РАЗДЕЛ 5. ОБОБЩЕНИЯ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ**

### **2.19. ТЕМА 19. Псевдобулевы функции и $k$ – значная логика**

#### **Основные вопросы:**

1. Псевдобулевы функции. Свойства псевдобулевых функций.  
Представление псевдобулевых функций рядами Фурье.
2.  $k$  – значная логика и ее свойства. Число функций от  $n$  переменных в  $k$  – значной логике.
3. Основные функции  $k$  – значной логики.
4. Реализация  $k$  – значных функций формулами.

#### **Рекомендации по изучению темы:**

Вопросы изложены в книге [3] стр. 315-350

### **2.20. ТЕМА 20. Полнота в $k$ – значной логике**

#### **Основные вопросы:**

1. Полнота в  $k$  – значной логике. Примеры полных систем в  $k$  – значной логике.
2. Распознавание полноты системы функций  $k$  – значной логики.  
Теорема Кузнецова о полноте системы функций  $k$  – значной логики.
3. Некоторые свойства существенных функций  $k$  – значной логики.
4. Критерий полноты системы функций  $k$  – значной логики.

#### **Рекомендации по изучению темы:**

Вопросы изложены в книге [3] стр. 351-370.